

5. Ejercicios resueltos

Sesión práctica: operaciones con fracciones, potencias y operaciones combinadas.

25. Operaciones con fracciones

Calcula y simplifica el resultado.

b) $-\frac{3}{24} : \left(-\frac{18}{15}\right) \cdot \frac{10}{9}$

Simplificamos: $-\frac{3}{24} = -\frac{1}{8}$, e invertimos la segunda fracción en la división:

$$= -\frac{1}{8} \cdot \left(-\frac{15}{18}\right) \cdot \frac{10}{9}$$

Los dos signos negativos se cancelan. Multiplicamos en línea:

$$= \frac{1 \cdot 15 \cdot 10}{8 \cdot 18 \cdot 9} = \frac{150}{1296}$$

Simplificamos dividiendo entre 6:

RESULTADO

$$\frac{25}{216}$$

d) $\left(\frac{19}{3} \cdot \frac{27}{25} : \frac{5}{6}\right) : \left(-\frac{4}{3}\right)$

Operamos dentro del paréntesis (multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha):

$$\frac{19}{3} \cdot \frac{27}{25} = \frac{513}{75} = \frac{171}{25}$$

$$\frac{171}{25} : \frac{5}{6} = \frac{171 \cdot 6}{25 \cdot 5} = \frac{1026}{125}$$

Ahora dividimos entre $-\frac{4}{3}$:

$$\frac{1026}{125} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{3078}{500} = -\frac{1539}{250}$$

RESULTADO

$$-\frac{1539}{250}$$

26. Multiplicación y división simplificando

Efectúa las operaciones resolviendo las divisiones como multiplicaciones y simplifica al máximo.

a) $\frac{69}{88} \cdot \frac{16}{3} : \left(-\frac{4}{121}\right)$

Convertimos la división en una multiplicación por la inversa y descomponemos en factores primos:

$$= -\frac{69 \cdot 16 \cdot 121}{88 \cdot 3 \cdot 4} = -\frac{(3 \cdot 23) \cdot 2^4 \cdot 11^2}{(2^3 \cdot 11) \cdot 3 \cdot 2^2}$$

Cancelamos 3, 11 y 2^4 (arriba y abajo):

$$= -\frac{23 \cdot 11}{2}$$

RESULTADO

$$-\frac{253}{2}$$

b) $\frac{55}{90} : (-33) \cdot \left(-\frac{18}{10}\right)$

Escribimos $-33 = -\frac{33}{1}$ y lo convertimos en multiplicación:

$$= \frac{55}{90} \cdot \left(-\frac{1}{33}\right) \cdot \left(-\frac{18}{10}\right) = \frac{55 \cdot 18}{90 \cdot 33 \cdot 10}$$

Descomponemos: $55 = 5 \cdot 11$, $18 = 2 \cdot 3^2$, $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$, $33 = 3 \cdot 11$, $10 = 2 \cdot 5$. Cancelando:

$$= \frac{1}{3 \cdot 5 \cdot 2} = \frac{1}{30}$$

RESULTADO

$$\frac{1}{30}$$

27. Potencias

Expresa en forma de una única potencia y, después, calcula el valor.

a) $\left(-\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2 : \left(-\frac{2}{3}\right)^3$

Misma base: sumamos y restamos exponentes: $5 + 2 - 3 = 4$.

$$= \left(-\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{(-2)^4}{3^4} = \frac{16}{81}$$

Como el exponente 4 es par, el resultado es **positivo**.

RESULTADO

$$\frac{16}{81}$$

$$\text{b) } - \left(\frac{2}{9} \right)^3 : \left[\left(\frac{1}{6} \right)^2 \cdot \frac{1}{6} \right]$$

El corchete es una única potencia:

$$\left(\frac{1}{6} \right)^2 \cdot \frac{1}{6} = \left(\frac{1}{6} \right)^3$$

Tenemos el mismo exponente en las dos bases, así que las agrupamos:

$$= - \left(\frac{2}{9} : \frac{1}{6} \right)^3 = - \left(\frac{2}{9} \cdot 6 \right)^3 = - \left(\frac{12}{9} \right)^3 = - \left(\frac{4}{3} \right)^3$$

Calculamos la potencia:

RESULTADO

$$-\frac{64}{27}$$

33. Operaciones combinadas

Aplica la jerarquía: paréntesis, multiplicaciones/divisiones, sumas/restas.

33 C

$$\frac{5}{6} - \left[\frac{1}{6} : \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6} \right) - \frac{12}{5} \right] - \left(\frac{9}{8} - \frac{1}{3} : 2 \right)$$

Resolvemos el paréntesis más interior y la división del último paréntesis:

$$\frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{6-5}{30} = \frac{1}{30}, \quad \frac{1}{3} : 2 = \frac{1}{6}$$

Sustituimos y continuamos:

$$= \frac{5}{6} - \left[\frac{1}{6} : \frac{1}{30} - \frac{12}{5} \right] - \left(\frac{9}{8} - \frac{1}{6} \right)$$

$$\frac{1}{6} : \frac{1}{30} = \frac{30}{6} = 5, \text{ y } \frac{9}{8} - \frac{1}{6} = \frac{27-4}{24} = \frac{23}{24}:$$

$$= \frac{5}{6} - \left[5 - \frac{12}{5} \right] - \frac{23}{24} = \frac{5}{6} - \frac{13}{5} - \frac{23}{24}$$

Como denominador común, $\text{MCM}(6, 5, 24) = 120$:

$$= \frac{100}{120} - \frac{312}{120} - \frac{115}{120} = \frac{-327}{120}$$

Simplificamos dividiendo entre 3:

RESULTADO

$$-\frac{109}{40}$$

$$\left(\frac{7}{5} + \frac{3}{4} - 3 - \frac{12}{48}\right) : \left(\frac{5}{6} + \frac{2}{15}\right) : \frac{4}{5} - \frac{2}{3}$$

Primer paréntesis (denominador común 20, recordando que $\frac{12}{48} = \frac{1}{4}$):

$$\frac{28}{20} + \frac{15}{20} - \frac{60}{20} - \frac{5}{20} = -\frac{22}{20} = -\frac{11}{10}$$

Segundo paréntesis (denominador común 30):

$$\frac{25}{30} + \frac{4}{30} = \frac{29}{30}$$

Resolvemos las divisiones de izquierda a derecha:

$$-\frac{11}{10} : \frac{29}{30} = -\frac{11 \cdot 30}{10 \cdot 29} = -\frac{33}{29}$$

$$-\frac{33}{29} : \frac{4}{5} = -\frac{33 \cdot 5}{29 \cdot 4} = -\frac{165}{116}$$

Restamos $\frac{2}{3}$ con denominador común $\text{MCM}(116, 3) = 348$:

$$-\frac{165}{116} - \frac{2}{3} = -\frac{495}{348} - \frac{232}{348} = -\frac{727}{348}$$

$\text{gcd}(727, 348) = 1$ (porque 727 es primo), así que ya es irreducible.

△ CORRECCIÓN RESPECTO A LOS APUNTES

En los apuntes manuscritos aparece $-\frac{327}{348}$, pero $-495 - 232 = -727$. El resultado correcto es $-\frac{727}{348}$.

RESULTADO

$$-\frac{727}{348}$$